

I. Loi uniforme discrète

Exemples :

1) On lance un dé et on appelle X le résultat du lancer.

Alors $P(X = 1) = P(X = 2) = P(X = 3) = P(X = 4) = P(X = 5) = P(X = 6) = \frac{1}{6}$.

On dira que X suit une loi uniforme sur $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

2) On lance une pièce de monnaie. La probabilité d'obtenir « pile » est égale à la probabilité d'obtenir « face », toutes deux égales à $\frac{1}{2}$.

Dans ce cas, X suit également une loi uniforme.

Définition : On dit que X suit une **loi uniforme discrète** sur l'ensemble $\{1, \dots, n\}$ si pour tout entier i de $\{1, \dots, n\}$, on a : $P(X = i) = \frac{1}{n}$.

Propriété : Soit X une variable aléatoire qui suit la loi uniforme discrète de paramètre n ,

alors : $E(X) = \frac{n+1}{2}$.

Démonstration :

$$\begin{aligned} E(X) &= 1 \times \frac{1}{n} + 2 \times \frac{1}{n} + 3 \times \frac{1}{n} + \dots + n \times \frac{1}{n} \\ &= (1 + 2 + 3 + \dots + n) \times \frac{1}{n} \\ &= \frac{n(n+1)}{2} \times \frac{1}{n} = \frac{n+1}{2} \end{aligned}$$

Exercices : n° 23 à 25 + 28 + 75 pages 205 et 206.

II. Loi de Bernoulli

Définition : Une **épreuve de Bernoulli** est une expérience aléatoire à deux issues que l'on peut nommer "succès" ou "échec".

Exemples :

- 1) Le jeu du pile ou face : On considère par exemple comme succès "obtenir pile" et comme échec "obtenir face".
- 2) On lance un dé et on considère par exemple comme succès "obtenir un six" et comme échec "ne pas obtenir un six".

Exercices : n° 30 et 31 page 205.

Définition : Une **loi de Bernoulli** est une loi de probabilité qui suit le schéma suivant :

- la probabilité d'obtenir un succès est égale à p ,
 - la probabilité d'obtenir un échec est égale à $1-p$.
- p est appelé le paramètre de la loi de Bernoulli.

Exemples : Dans les exemples présentés plus haut :

$$1) p = \frac{1}{2}$$

$$2) p = \frac{1}{6}$$

Convention :

Au succès, on peut associer le nombre 1 et à l'échec, on peut associer le nombre 0.

Soit la variable aléatoire X qui suit une loi de Bernoulli de paramètre p .

Dans ce cas, la loi de probabilité de X peut être présentée dans le tableau :

x_i	1	0
$P(X = x_i)$	p	$1 - p$

Propriété : Soit X une variable aléatoire qui suit la loi de Bernoulli de paramètre p , alors :

$$E(X) = p \quad V(X) = p(1 - p) \quad \sigma(X) = \sqrt{p(1 - p)}$$



Exercices : n° 35 et 37 pages 205 et 206 + voir fiche «Savoir-faire».

III. Schéma de Bernoulli

Définition : Un **schéma de Bernoulli** est la répétition de n épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes pour lesquelles la probabilité du succès est p .

Exemple : On a représenté dans un arbre de probabilité les issues d'une expérience suivant un schéma de Bernoulli composé de 3 épreuves de Bernoulli de paramètre p .
 X est la variable aléatoire qui donne le nombre de succès.

On a par exemple :

$$- P(X = 3) = p^3.$$

En effet, en suivant les branches sur le haut de l'arbre, on arrive à 3 succès avec une probabilité de $p \times p \times p$.

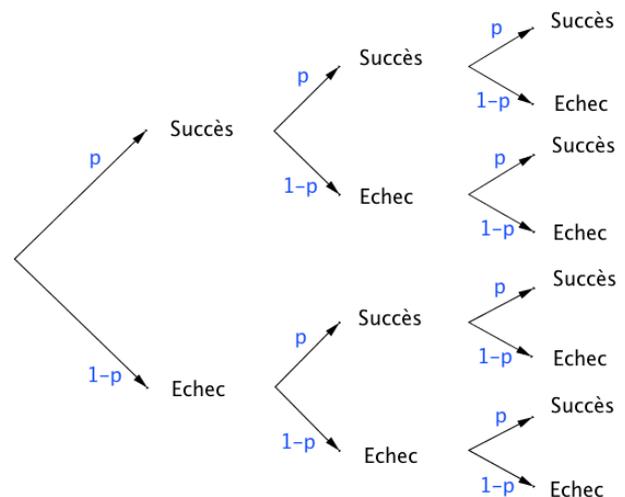
- $X = 2$ correspond aux suites d'issues suivantes :

(Succès ; Succès ; Échec)

(Succès ; Échec ; Succès)

(Échec ; Succès ; Succès)

$$\text{Donc } P(X = 2) = 3p^2(1-p)$$



IV. Loi Binomiale

Définition : On réalise un schéma de Bernoulli composé de n épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes.

Une **loi binomiale** est une loi de probabilité définie sur l'ensemble $\{0 ; 1 ; 2 ; \dots ; n\}$ qui donne le nombre de succès de l'expérience.

Remarque : n et p sont les paramètres de la loi binomiale et que l'on note $B(n ; p)$.



Exemple en vidéo à la maison – classe inversée :

https://youtu.be/b18_r8r4K2s

1) Avec la calculatrice ou un tableur

Exemple : Utiliser une loi binomiale

On lance 7 fois de suite un dé à 6 faces.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de fois que le dé affiche un nombre supérieur ou égal à 3.

- Quelle est la loi suivie par X ?
- Calculer la probabilité $P(X = 5)$.
- Calculer la probabilité $P(X \leq 5)$.
- Calculer la probabilité $P(X \geq 3)$.

a)

b) Avec Texas Instruments :

Touches « 2nd » et « VAR » puis choisir « binomFdp ».

Et saisir les paramètres de l'énoncé : `binomFdp(7,2/3,5)`

Avec Casio :

Touche « OPTN » puis choisir « STAT », « DIST », « BINM » et « Bpd ».

Et saisir les paramètres de l'énoncé : `BinominalePD(5,7,2/3)`

Avec le tableur :

Saisir dans une cellule : `=LOI.BINOMIALE(5;7;2/3;0)`

On trouve $P(X = 5) \approx$

La probabilité d'obtenir un nombre est environ égale à

c) Avec Texas Instruments :

Touches « 2nd » et « VAR » puis choisir « binomFRép ».

Et saisir les paramètres de l'énoncé : `binomFRép(7,2/3,5)`

Avec Casio :

Touche « OPTN » puis choisir « STAT », « DIST », « BINM » et « Bcd ».

Et saisir les paramètres de l'énoncé : `BinominaleCD(5,7,2/3)`

Avec le tableur :

Saisir dans une cellule : `=LOI.BINOMIALE(5;7;2/3;1)`

On trouve $P(X \leq 5) \approx 0,74$.

La probabilité d'obtenir au plus 5 fois un nombre supérieur ou égal à 3 est environ égale à 0,74.

- $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$
 $\approx 1 - 0,045$ (à l'aide de la calculatrice ou du tableur)
 $\approx 0,955$.